

CONCEPTION ET ÉTUDE D'UN ÉLÉMENT COMBINÉ EN BÉTON DE FIBRES.

Ait-tahar K.
Ph.D. M.A. CHARGE DE COURS
Université de Hasnaoua, Institut de Génie Civil, Tizi-Ouzou, ALGERIE.

RÉSUMÉ

Cette étude présente une technique de mise en oeuvre de constructions combinées à base de béton de fibres, dans le but de diminuer les déformations des éléments porteurs et d'augmenter leur résistance à la traction et à la fissuration.

L'élément proposé est constitué de béton de fibres dans la zone tendue, dans les limites de propagation des fissures dont la section transversale droite présente une forme particulière, qui est prolongée tout le long de l'élément. Le béton de fibre est utilisé en proportions bien limitées, uniquement dans la zone tendue où la probabilité de fissuration est très importante. Le coulage de la poutre se fait en deux phases, en premier lieu on procède au coulage du béton de fibres, ce qui constitue un coffrage collaborant pour le béton ordinaire coulé en deuxième phase. Nous proposons également, un processus de précision de l'état de contraintes des ces éléments combinés, qui est basé sur les procédés des itérations intérieures en tenant compte des diagrammes réels des contraintes-déformations.

Mots-Clés

élément combiné - fibres métalliques - matrice composite - algorithme de calcul.

1. INTRODUCTION

Les objectifs d'économie, de fiabilité et de fonctionnalité sont le résultat d'une réflexion globale intégrant la conception, la mise en oeuvre et le matériau. Face au besoin de conférer aux matériaux de nouvelles propriétés qui permettront de répondre aux exigences actuelles de la construction, l'association de plusieurs matériaux constituant une matrice composite est une idée qui se conçoit facilement et constitue une des approches pour y remédier aux inconvénients fort bien connus du béton ordinaire utilisé actuellement. L'évolution accélérée des procédés de construction, les exigences économiques ainsi que les progrès enregistrés, tant sur les bétons et les micro-bétons que sur les fibres (acier, verre, matières synthétiques, fonte etc.) ont permis des développements des bétons de fibres pour diverses applications aussi bien dans les travaux publics que dans le bâtiment et dans la préfabrication. A chaque matériau de construction correspond un certain rapport masse- résistance, un coût et une durabilité. Les matériaux composites sont des matériaux constitués de plusieurs composants distincts, et possédant des propriétés différentes. Les procédés de fabrication des composites sont surtout déterminés par le type de la matrice. L'utilisation des fibres dans le béton permet d'augmenter la résistance à la traction et d'assurer la non-fissuration de l'élément porteur sollicité en flexion, du fait que les fibres s'opposent à l'ouverture rapide des fissures et à leur propagation (les fibres retardent la microfissuration et améliorent le comportement post-fissuration en assurant la cohésion des différents blocs de béton). Les fibres possèdent une grande résistance à la traction, cependant ils coûtent chères, donc, il est impératif pour les concepteurs d'imaginer des solutions techniques fiables et rationnelles dans le but de diminuer les déformations des éléments porteurs et d'augmenter leur résistance à la fissuration, en utilisant les fibres en quantités minimales et nécessaires dans les zones tendues où la probabilité de fissuration est très importante. Le but de cette étude est de présenter une des solutions possibles qui donne des résultats très appréciables, cette solution consiste en la réalisation d'un élément combiné constitué de béton de fibres dans la zone tendue, dans les limites de propagation des fissures, dont la section transversale droite présente une forme particulière, qui est prolongée tout le long de l'élément.

La partie en béton de fibres constitue, après coulage un coffrage collaborant pour le béton ordinaire coulé en deuxième phase.

Une approche de précision de l'état de contraintes est

également proposée, pour étudier la variation de l'épure des contraintes le long de la hauteur de la section des éléments combinés. Elle est réalisée à partir des relations réelles existantes entre les contraintes et les déformations relatives. Le processus de précision est obtenu par l'utilisation des procédés des itérations intérieures.

2. NOTATIONS

σ_{bt}^Z = contrainte dans le béton armé tendu à la l'axe neutre distance "Z" de l'axe neutre,
 σ_{bF}^1 = contrainte dans la fibre la plus tendue du béton de fibres,
 a = épaisseur du béton de fibres,
 R_{bt} = résistance à la traction du béton de fibres obtenue par flexion,
 m_1 = paramètre de non- linéarité
 f_t, n_1 = caractéristiques de non- linéarité du béton tendu et du béton de fibres,
 Φ_s = coefficient, fonction du degré de contraintes si $M < M_g \Rightarrow \Phi_s = 0$,
 β, β_1 = paramètres de déformation non linéaires de l'armature et du béton de fibres,
 Z = distance de la fibre la plus tendue à l'axe neutre,
 h = hauteur totale de la section de la poutre,
 x = hauteur de la zone comprimée,
 b = largeur de la section de la poutre,
 B = section de la poutre,
 E_b = module élastique du béton,
 E_{bf} = module élastique du béton de fibres
 E_s = module élastique de l'acier
 M_f = moment de fissuration,
 A_s = section des armatures,
 λ_s = rapport des modules élastiques,
 ϵ_{bf} = déformation de fissuration du béton de fibres,
 μ_f = pourcentage de fibres dans la matrice,
 R_{bf} = résistance à la traction de la matrice composite,
 R_b = résistance du béton à la traction,
 Ψ, Φ = coefficients qui reflètent la contribution dans le travail du composite,
 respectivement des fibres et de la matrice, dans le stade $\psi = \Phi = 1$,

3. PRÉSENTATION DE L'ÉLÉMENT COMBINÉ

Dans le but de retarder la microfissuration, d'améliorer le comportement post fissuration et la ductilité, de diminuer les

déformations et d'augmenter la résistance à la traction des éléments porteurs, la conception des constructions combinées donne des résultats très satisfaisants. Cependant les constructions actuelles à base de béton de fibres présentent l'inconvénient d'utilisation d'un volume de fibres très élevé. L'élément combiné proposé est constitué de béton de fibres dans la zone tendue, dans les limites de propagation des fissures dont la section transversale droite présente une forme particulière [figure 1] qui est prolongée tout le long de l'élément porteur. L'utilisation des fibres métalliques uniquement dans cette partie de l'élément, permettra d'économiser un volume important de fibres, ainsi que le béton tendu compris à l'intérieur du béton de fibres, sera soumis à une compression due à la différence de rigidité entre le béton ordinaire et le béton de fibres.

3.1. Comportement de l'élément au moment de fissuration, sous l'effet d'un moment de flexion

Le comportement de la matrice est élastique linéaire jusqu'à fissuration du composite. Au moment d'apparition de la première fissure, il y a chute de la résistance. La zone tendue se déforme alors d'une manière non linéaire [figure 2 et 3]

Dans un essai de flexion, l'apport de fibres dépend considérablement de leur aptitude à absorber une grande quantité d'énergie après fissuration de la matrice de béton. Lorsque les fibres sont suffisamment ancrées, elles peuvent être sollicitées jusqu'à la limite de leur résistance en traction.

Avant fissuration - (stade linéaire) : le comportement du composite est élastique linéaire, l'adhérence entre les fibres et la matrice est parfaite. La résistance du béton au seuil de la première fissuration dépend essentiellement des caractéristiques du béton et moins du type et du volume des fibres utilisées. A l'instant où apparaît une fissure, il y a chute brutale de la contrainte (celle-ci est alors égale à la différence entre la résistance du composite et la résistance du béton seul), le comportement est élastique non linéaire. Après fissuration de la partie tendue de la matrice composite, les fibres interviennent à la reprise des efforts en retenant le matériau de part et d'autre de la fissure. La rencontre du plan de la fissure avec des fibres perpendiculaires à ce plan, conduit à une dissipation de l'énergie de fissuration soit par arrêt temporaire de la fissuration, soit par ramification de la fissuration en plusieurs fissures secondaires décalées latéralement par rapport à la direction principale du plan de fissuration.

La rupture de l'élément survient alors soit par arrachement soit par rupture des fibres. Le dimensionnement des sections, vis-à-vis du moment de flexion, s'effectuera en considérant l'état limite ultime, qui peut - être atteint soit par écoulement plastique des aciers, soit par écrasement du béton ; ensuite ce dimensionnement doit satisfaire les conditions de l'état - limite de service. Le domaine post fissuration présente pour toutes les fibres in palier plastique important. La présence des fibres augmente la déformation à la rupture et réduit la pente descendante de la courbe contrainte-déformation au-delà de la contrainte maximale.

La loi de distribution des contraintes dans la zone tendue peut-être donnée sous la forme :

$$\sigma_{bx} = \sigma_{br} = (Z / h-X)^{n1} = \sigma_{br} (h-x-a / h-x)^{n1} \quad (1)$$

$$\text{ou : } n_1 = 1 (1-f_1) (\sigma_{br})^{m1} \cdot (1 / R_{br})^{m1} \quad (2)$$

soit, au moment de fissuration, l'épure des contraintes dans la zone tendue sera sous la forme :

$$\sigma_{br}^z \cdot R_{br} = (Z / h-x)^{n1} ; \text{ avec } 0 \leq Z \leq h-x-a \quad (3)$$

en utilisant le théorème de non-linéarité et l'hypothèse des sections planes, on peut écrire que :

$$\sigma_s = \epsilon_s E_s \beta_s / \varphi_s \quad \text{et} \quad \epsilon_s = \epsilon_{br}^z (h_0-x) / (h-x) \quad (4)$$

$$\text{soit : } \sigma_s = \{ \epsilon_{br}^z (h_0-x) / (h-x) \} E_s \beta_s / \varphi_s \quad (5)$$

$$\sigma_{br} = \beta_b E_{br} \epsilon_{br}^z / \varphi_b \quad (6)$$

$$\sigma_{br}^z = \beta_b E_{br} (h-x-a) \epsilon_{br}^z / \varphi_b (h-x) \quad (7)$$

En utilisant les équations de résistances et de l'équilibre statique on obtient la valeur du moment de fissuration sous la forme suivante :

$$MF = [(\sigma_{br}^z / h-x-a) (bx^1 / n+2) + A_s \lambda_s (h_0-x)^2 + (b-2a) (h-x-a)^3 / (n_1+2) + 2a (h-x)^3 / (n_1 + 2) \lambda_s + (b-2 a)a^2 (h-x) / (n_1 + 2) \lambda_s] \quad (8)$$

$$\lambda_s = E_s / E_b, \lambda_p = E_{br} / E_b, \{ \beta_s / \varphi_s \cdot \varphi_b / \beta_b \} = \alpha$$

la contrainte du béton tendu compris à l'intérieur du béton de fibres est déterminée par l'équation suivante :

$$\sigma_{br}^z = M_F (h-x-a) / \{ bx^3 / 3 + E_s / E_b (h_0-x)^2 A_s + (b-2 a) (h-x-a)^3 (1/3) + (2/3) a (h-x)^3 E_{br} / E_b + (b-2 a) a^2 (1/3) (h-x) E_{br} / E_b \} \quad (9)$$

nous avons effectué le calcul sur des poutres combinées armées de fibres métalliques de dimensions égales à :

h=200mm, b= 100 mm, L= 1200 mm

Tous les résultats sont représentés dans les figures 4, 5, 6 et 7.

4. PROCESSUS DE PRECISION DE L'ETAT DE CONTRAINTE :

Cependant, pour étudier la variation de la forme de l'épure des contraintes le long de la hauteur de la section considérée de l'élément combiné en flexion, nous proposons une méthode de construction des épures des contraintes "σ" à partir des diagrammes réels "σ-ε" (contraintes - déformations), en tenant compte des réelles relations existantes entre les contraintes et les déformations relatives. L'idée réside dans la décomposition de la hauteur de la section en plusieurs éléments finis (fibres) de même épaisseur "Δx" et ayant, surtout, une même déformation élémentaire, vérifiant l'hypothèse des sections planes (corps linéairement déformables).

L'écriture du processus de précision de l'état de "contraintes-déformations" de l'élément proposé est réalisé par les procédés des itérations intérieures. Les équations finales sont présentées sous la forme matricielle.

Le contrôle du processus sera assuré par la valeur de la contrainte de la fibre la plus tendue (béton de fibres tendu). l'opération prend fin, une fois le degré de précision est atteint, soit :

$$|Md \text{ } M_i| \leq \epsilon, \quad \epsilon \rightarrow 0 \quad (10)$$

Considérant Δx=a= hauteur minimale du béton de fibres. l'équilibre interne est égal à :

$$\begin{cases} B \sum \vec{\sigma}_i \Delta_i \cdot \vec{x}_i = \vec{M} \\ B \sum \vec{\sigma}_i \cdot \Delta_i = \vec{0} \end{cases} \quad (11)$$

pour une valeur quelconque de "x_i" le système d'équations (11) devient :

$$B \cdot a/n \cdot [\sigma_i] \cdot [x \ 1/2 \Delta_i] + \begin{pmatrix} B-2b \\ B-2 \Delta_i a / (H-b-a) \\ B-3 \Delta_i a / (H-b-a) \\ \vdots \\ B-j \Delta_i a / (H-b-a) \end{pmatrix} \cdot (H-a-b)/n \cdot [\sigma_{i1} \dots \sigma_{in}]$$

$$\begin{pmatrix} X-\Delta_i-1/2 \Delta_i \\ X-\Delta_i-3/2 \Delta_i \\ X-\Delta_i-5/2 \Delta_i \\ \vdots \\ X-\Delta_i-j/2 \Delta_i \end{pmatrix} + b/n \cdot B \cdot [\sigma_{k1} \dots \sigma_{kn}] \cdot \begin{pmatrix} 1/2 \Delta_i + H-a-b \\ 3/2 \Delta_i + H-a-b \\ 5/2 \Delta_i + H-a-b \\ \vdots \\ k/2 \Delta_i - H-a-b \end{pmatrix} = M \quad (12)$$

Avec:
 $i = (a/n)$; $j = [(H-a-b)/n]$; $K = (b/n)$; $n =$ nombre d'éléments d'épaisseur égale à "a".

ou: σ_{i1} : contrainte dans la fibre la plus comprimée du béton de fibres.
 σ_{ji} : contrainte dans la fibre supérieure du béton compris à l'intérieur du béton de fibres.
 σ_{ki} : contrainte dans la fibre supérieure du béton de fibres tendu.

$$B \sum \vec{\sigma}_i \cdot \Delta_i = \vec{0} \Rightarrow B \cdot \Delta_i \sum \vec{\sigma}_i = \vec{0}$$

soit: $B \cdot a/n \cdot [\sigma_i] \cdot \begin{pmatrix} + \\ - \\ \vdots \\ - \end{pmatrix} \cdot (H-a-b)/n \cdot [\sigma_{i1} \dots \sigma_{in}] +$

$$\begin{pmatrix} B-2b \\ B-2 \Delta_i a / (H-b-a) \\ B-3 \Delta_i a / (H-b-a) \\ \vdots \\ B-j \Delta_i a / (H-b-a) \end{pmatrix} \cdot (H-a-b)/n \cdot [\sigma_{i1} \dots \sigma_{in}] +$$

$$b/n \cdot B \cdot [\sigma_{k1} \dots \sigma_{kn}] = 0$$

la résolution de ce système d'équations, qui permettra de déterminer l'état de contraintes-déformations, est obtenue en appliquant le processus des itérations intérieures, dont nous donnons, ci-dessous les étapes à suivre:

1)- en premier lieu nous considérons une valeur du moment de fissuration ($M = M_0$) et une hauteur de la zone comprimée ($X_0 = H/2$)

En utilisant l'hypothèse des sections planes, on détermine les valeurs des déformations respectivement, du béton de fibres comprimé, du béton ordinaire et du béton de fibres tendu. Soit:

$$\epsilon_{bf}^c = M_0 \cdot X_0 / \sum E_i \cdot I_i; \quad \epsilon_{bf}^t = \epsilon_{bf}^c \cdot (x / h-x);$$

$$\epsilon_b^t = \epsilon_{bf}^c \cdot (h-x-b) / .x; \quad \epsilon_b^c = \epsilon_{bf}^c \cdot (x-a) / .x$$

2)- à partir du diagramme "σ-ε", on détermine les valeurs des contraintes correspondantes:

$$\sigma_{bf}^c, \sigma_{bf}^t, \sigma_b^t \text{ et } \sigma_b^c$$

3)- en utilisant la deuxième équation du système (11), on précisera la valeur de la hauteur de la zone comprimée "x".

$$B \sum \vec{\sigma}_i \cdot \Delta_i = \vec{0}$$

4)- une fois la valeur de "x" est précisée; nous déterminerons la nouvelle valeur du moment "M" à partir de la première équation du système.

5)- précision de la nouvelle valeur du moment "M": la précision est effectuée pour chaque pas jusqu'à ce que la relation (10) soit satisfaite, ou $\epsilon \rightarrow 0$.

Tableau I : données de calcul

$E_b \cdot 10^3$ Kg/cm ²	Rb Kg/cm ²	$E_s \cdot 10^4$ Kg/cm ²	As (cm ²)	μ_f %	R_{st} Kg/cm ²	R _s	$E_{sc} \cdot 10^3$ Kg/cm ²
352	260	210	2,26	1 2 3	19,9	20	368,5 385,6 402,5

Tableau II : Résultats du Calcul

a (cm)	μ_f %	X (cm)	X / h ₀	$\sigma_{st}^z / \sigma_{st}$	%
2	1	10,31	0,589	1,33	33
	2	10,37	0,593	1,305	30,5
	3	10,422	0,596	1,284	28,9
3	1	10,362	0,592	1,12	12
	2	10,44	0,597	1,09	8,9
	3	10,51	0,601	1,063	6,3
4	1	10,46	0,598	0,886	11,2
	2	10,55	0,603	0,860	14
	3	10,635	0,608	0,832	16,8

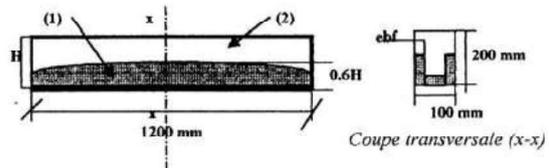


Figure 1 - élément combiné.
 (1): béton de fibres
 (2): béton ordinaire

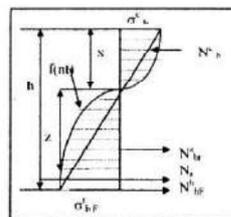


Figure 2. Diagramme des contraintes.

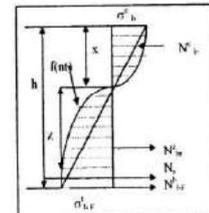


Figure 3. Diagramme des déformations.

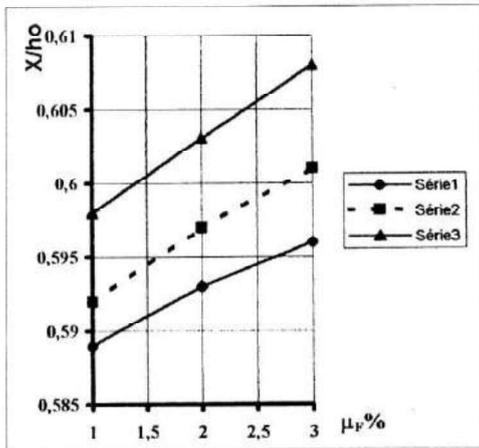


Figure 4- Relation entre la hauteur de la zone comprimée (X/h₀) et le pourcentage de fibres "μ_f" pour différentes valeurs de l'épaisseur du béton de fibres (a).

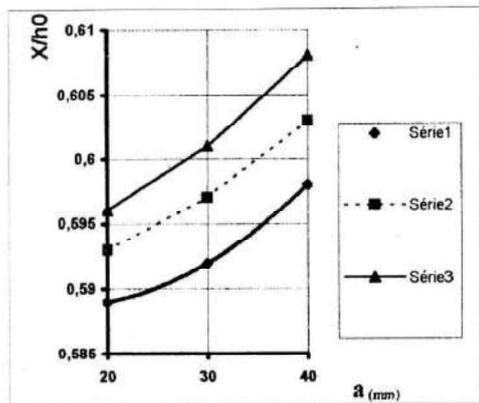


Figure 5- Relation entre la hauteur relative de la zone comprimée (X/h₀) et l'épaisseur du béton de fibres "a", série 1 - μ_f = 1% série 2 - μ_f = 2%; série 3 - μ_f = 3%

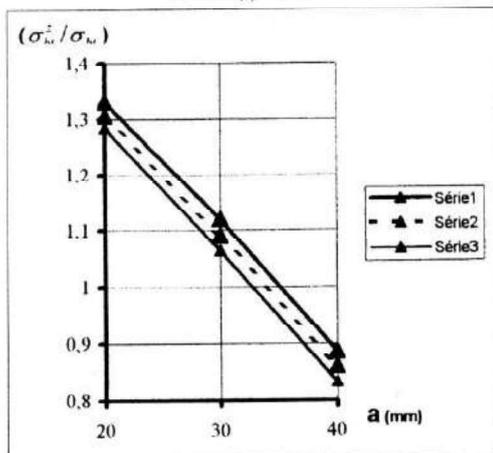


Figure 6-Relation entre le rapport des contraintes de traction du béton tendu (σ_{t2}²/σ_{t0}) et l'épaisseur du béton de fibres, pour différentes valeurs du pourcentage de fibres.

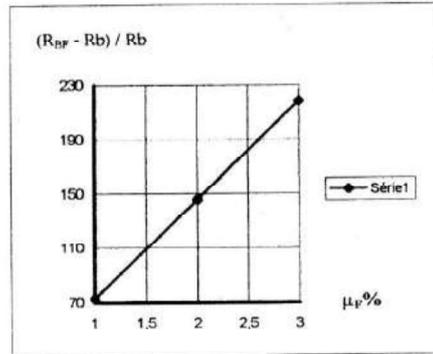


Figure 7- Variation de la résistance en traction du béton de fibres par rapport au béton ordinaire en fonction du pourcentage de fibres "μ_f"

5. CONCLUSION:

1)- dans la solution proposée, le béton de fibres avant d'assurer son rôle de résistance, il est utilisé comme un coffrage collaborant pour le coulage du béton ordinaire.

2)- le calcul théorique, montre que la valeur de la contrainte de la fibre la plus tendue du béton tendu compris à l'intérieur du béton de fibres est augmentée, du fait de la différence entre la rigidité du béton de fibres et celle du béton ordinaire, ce qui permet d'augmenter la résistance à la traction et à (a) fissuration, de minimiser l'ouverture des fissures et d'apporter une plus grande ductilité à l'élément.

3)- Pour un même chargement donné, nous pouvons soit, diminuer la section transversale, d'où un gain important de matériaux par rapport aux constructions traditionnelles, soit augmenter les portées des travées, d'où un apport supplémentaire à prendre en considération lors de la conception.

4)- les constructions proposées permettent d'avoir des résistances très importantes, présentent un comportement ductile et une meilleure résistance à la formation des microfissures retardant ainsi l'apparition des fissures magistrales. La corrosion des armatures tendues est retardée du fait de la présence des fibres au contour de la zone tendue.

5)- cette conception permet un gain de matériaux et une économie de main d'oeuvres.

6)- la méthode des itérations intérieures proposée, permet une meilleure précision de la variation de la forme des contraintes-déformations, le long de la hauteur de la section considérée de l'élément proposé, est mieux définie en utilisant les diagrammes réels de chaque composant, en tenant compte des réelles relations existantes entre les contraintes et les déformations relatives.

6. BIBLIOGRAPHIE

- 1- Ait-Tahar K. <<Constructions combinées à base de béton de fibres>>, Thèse de Ph. D, M.-, juin 1991
- 2- Rabinovitch F.N., <<Béton armé de fibres>>, M-Stroizdat, 1989.
- 3- Zhan Z. <<Construction au dimensionnement des pieux en béton armé de fibres>>, Thèse de doctorat, Université d'Orléans, France, 1991.
- 4- Rossi P., Harrouche N., Belloc A., <<Méthodes de composition des bétons de fibres métalliques>>, Annales de L'I.T.B.T.P., n° 475. Juin 1989, pp. 38-44.
- 5- Absi E., <<Béton de fibres (synthèse des études et recherches réalisées au CEBTP)>>, Annale ITBTP., N°520-décembre 1994.
- 6- Swamy R.N. Mangat P.S RAO, C.V.SK., <<The mechanics of fiber reinforced of cement matrix fiber reinforced concrete>>, Detroit American C.I., SP.44, 1974, pp. 1-28.